



EXPERIMENTO 6
MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO (CAÍDA LIBRE)
ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN MEDIDAS INDIRECTAS
(2 SESIONES)

1. OBJETIVOS

- Estudiar experimentalmente un movimiento uniformemente acelerado, en el caso de un cuerpo que cae desde una determinada altura.
- Con base en el fenómeno físico estudiado realizar el análisis gráfico de los resultados experimentales.
- Encontrar experimentalmente el valor de la aceleración y compararlo con el valor de la gravedad.
- Expresar el resultado de medición de la gravedad con su respectiva incertidumbre.

2. INTRODUCCIÓN

Un movimiento uniformemente acelerado se define como aquel en el cual la aceleración de un cuerpo permanece constante. La caída libre es un ejemplo típico de este tipo de movimiento debido a que cuando un cuerpo se deja caer libremente, su velocidad va aumentando de manera tal, que su aceleración permanece constante.

La aceleración con que cae un balón es aproximadamente constante si no se tiene en cuenta la fricción del balón con el aire. En realidad la aceleración con que cae un cuerpo depende de factores tales como:

La altitud respecto al Ecuador.

La altura a partir del nivel del mar.

La densidad volumétrica del terreno circundante.

La posición del sol y de la luna.

La geometría del cuerpo que cae.

La viscosidad del medio (aire).

El valor de la velocidad (si se ha alcanzado la velocidad límite la aceleración es cero).

Esta práctica se realiza empleando alturas relativamente pequeñas, además las características de los aparatos de medida no permiten medir los pequeños efectos que los factores antes relacionados tienen sobre la aceleración, por tanto para un objeto que cae “libremente” la distancia recorrida está dada por:

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

Suponiendo que en la ecuación (1) la velocidad inicial v_0 y la altura inicial h_0 son iguales a

cero, se obtendrá una ecuación más sencilla:

$$h = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Despejando la aceleración de la ecuación (2)

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (3)$$

La aceleración que experimenta un cuerpo en un campo gravitacional se le denomina aceleración de gravedad y se le representa por la letra “g”, por lo cual para la ecuación (3) en la práctica de caída libre en el laboratorio, podemos afirmar que ($a = g$).

$$g = \frac{2h}{t^2} \quad (4)$$

Esto quiere decir que si se mide el tiempo que tarda el objeto en descender una altura h, se puede determinar el valor de la aceleración (gravedad), pero un dato no será suficiente para obtener un resultado confiable; es necesario realizar varios experimentos y aplicar una metodología basada en el análisis de resultados experimentales con herramientas tales como la estadística y las técnicas de análisis gráfico, por lo cual para obtener el valor experimental de la aceleración (gravedad) en caída libre, es necesario tener los valores promedios experimentales del tiempo (\bar{t}_i) y de las alturas (\bar{h}_i).

Por la razón anterior se explicará la metodología para la determinación de la incertidumbre en **medidas indirectas** como lo es la medición de la gravedad en esta práctica, pues es un proceso más complejo que puede llegar a involucrar aspectos de cálculo diferencial.

2.1 METODO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN MEDIDAS INDIRECTAS.

Recordando que las medidas indirectas son aquellas que son resultado de emplear una expresión matemática que implica operaciones con cantidades físicas que fueron medidas directamente, se presenta el siguiente esquema para el cálculo de incertidumbre de **medidas indirectas**.

A continuación se explicaran cada uno de los pasos mencionados en la figura 1 para el correcto cálculo de incertidumbre en medidas indirectas.

PASO 1: Especificación del mensurando y Establecer el modelo matemático.

La especificación del mensurando consiste básicamente en la clara definición de la magnitud a medir. El **modelo físico** de la medición consiste en el conjunto de suposiciones sobre el propio mensurando y las variables químicas o físicas relevantes para la medición. Se debe tener en cuenta que cualquier medición física, por simple que sea tiene asociado un modelo que solo se aproxima al real. Lo siguiente que se debe hacer para estimar la incertidumbre de medición, es modelar matemáticamente el procedimiento de medición [5].

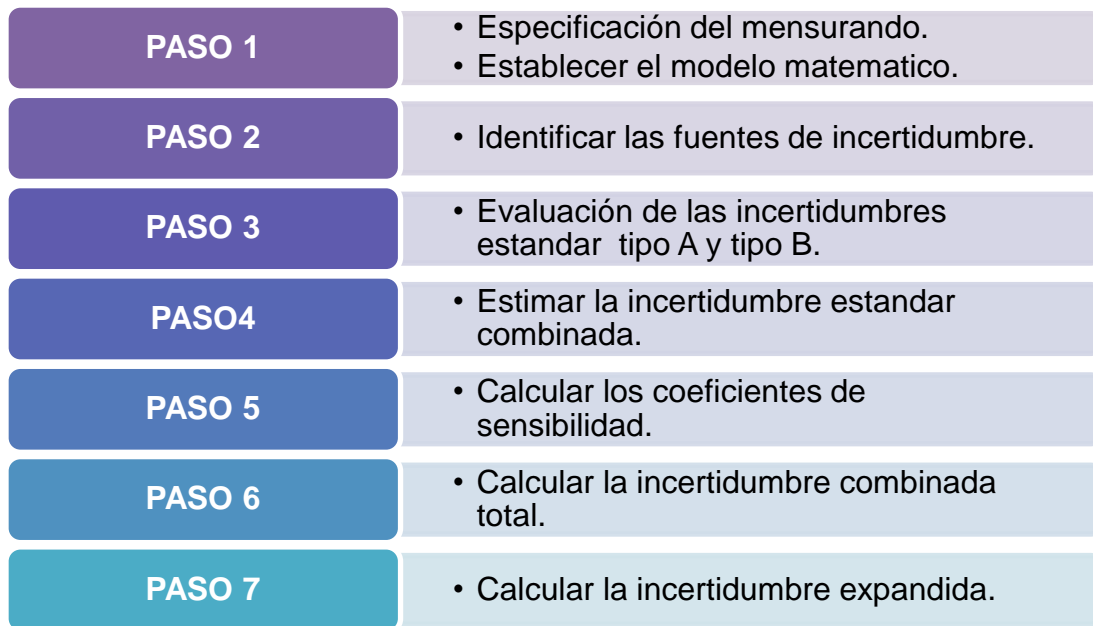


Figura 1. Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas indirectas.

El modelo matemático

La relación entre las magnitudes de entrada X_i y el mensurando Y como la magnitud de salida se representa como una función:

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (5)$$

El mejor estimado del valor del mensurando es el resultado de calcular el valor de la función f evaluada en el mejor estimado de cada magnitud de entrada. Se denota con x_i al mejor estimado de las magnitudes de entrada X_i .

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (6)$$

En resumen modelar el procedimiento de medición significa determinar la relación funcional f entre las magnitudes de salida y entrada, es decir aquella función que contiene todas las magnitudes de las cuales depende el mensurado.

Ejemplo: En este caso se desea determinar el valor de la aceleración (gravedad) que experimenta un cuerpo en caída libre, mediante su medición indirecta, a partir de las medidas del tiempo que tarda un cuerpo en caer una determinada altura, con la ayuda de un cronómetro y una cinta métrica.

El **mensurando** (lo qué se mide) es la gravedad.

El **modelo matemático** se representa como: $g = \frac{2\bar{h}}{\bar{t}^2}$

Donde \bar{h} es el valor medio de la altura que cae el cuerpo, medida con ayuda de una cinta

métrica y \bar{t} es el valor medio del tiempo que cae el cuerpo una determinada altura medida con ayuda de un cronometro. Se habla de valores medios porque el experimento se repite varias veces para la misma altura.

PASO 2: Identificar las fuentes de incertidumbre.

Esta identificación consiste en construir una lista de todas las fuentes relevantes de incertidumbre al realizar el proceso de medición. Algunas fuentes posibles se presentan a continuación.

- Conocimiento inadecuado de los efectos de las condiciones ambientales sobre las mediciones, o mediciones imperfectas de dichas condiciones ambientales.
- Errores de apreciación del operador en la lectura de instrumentos análogos.
- Aproximaciones y suposiciones incorporadas en los métodos y procedimientos de medición.
- El método y procedimiento de medición.

Las fuentes de incertidumbre que se tendrán en cuenta para los experimentos realizados en el Laboratorio de Física I, serán las debidas a la repetibilidad de las lecturas tomadas y las especificaciones de exactitud y de resolución en cada instrumento de medida utilizado.

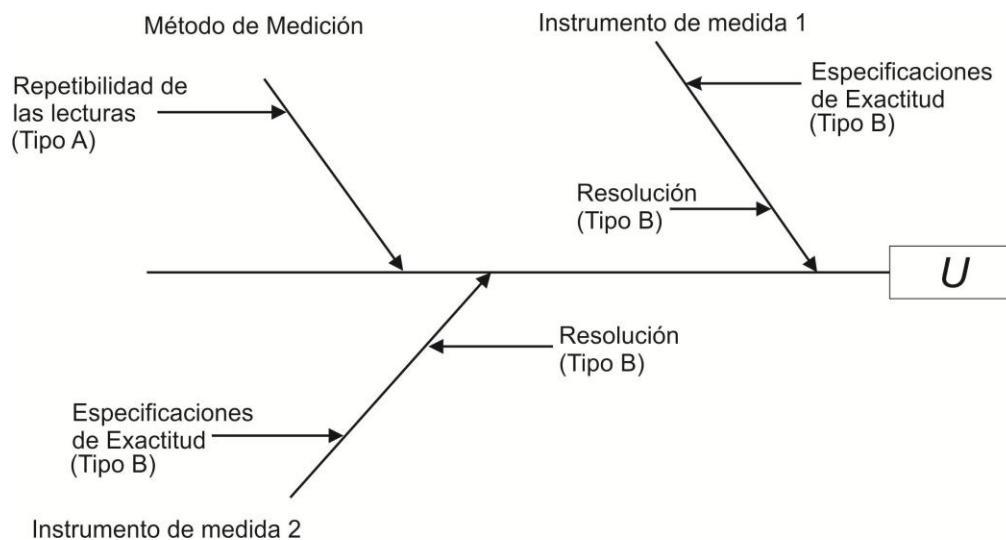


Figura 2. Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

PASO 3: Evaluación de las incertidumbres estándar tipo A y tipo B

Una vez han sido identificadas las fuentes de incertidumbre es necesario evaluar la incertidumbre originada por cada fuente individual, para luego combinarlas. Existen dos métodos principales para cuantificar las fuentes de incertidumbre: el **método de evaluación tipo A** y el **método de evaluación tipo B**.

Recordando que el método tipo A está basado en un análisis estadístico de una serie de mediciones, y que el método tipo B comprende toda la demás información externa disponible como: certificados de calibración, manuales de los instrumentos de medición y

los equipos de medición (por ejemplo su resolución y tolerancia), y basados en la explicación para el cálculo de incertidumbre en **mediciones directas** de la guía # 2, el alumno está en capacidad de evaluar las incertidumbre tipo A y tipo B como se describen en el paso 2, utilizando las ecuaciones (12), (13), (14), (15), (16) según sea el caso.

PASO 4: Estimar la incertidumbre estándar combinada.

Los resultados obtenidos en el paso anterior aportan las contribuciones cuantificadas a la incertidumbre total. Las contribuciones deben ser combinadas de acuerdo a las reglas apropiadas, para dar una incertidumbre estándar combinada.

La incertidumbre estándar combinada se determina mediante la raíz cuadrada positiva de la suma de las contribuciones tipo A y tipo B de cada una de las variables que intervienen en la medición indirecta.

Para clarificar este concepto, en el caso del cálculo experimental de la aceleración (gravedad) de un cuerpo en caída libre, se realizan medidas de longitud (alturas) y tiempos por lo cual tendremos:

$$U_c(g)_h = \sqrt{(U_A)_h^2 + (U_{B1})_h^2 + (U_{B2})_h^2} \quad (7)$$

$$U_c(g)_t = \sqrt{(U_A)_t^2 + (U_{B1})_t^2 + (U_{B2})_t^2} \quad (8)$$

La ecuación (7) es la incertidumbre combinada de la gravedad respecto a las medidas de las alturas realizadas con la cinta métrica, lo cual involucra la incertidumbre tipo A $(U_A)_h$ y tipo B por especificaciones $(U_{B1})_h$ y por resolución $(U_{B2})_h$ de la cinta métrica. De igual forma tenemos la ecuación (8) que es la incertidumbre combinada de la gravedad pero ahora respecto a las medidas de tiempo.

Es importante resaltar que estas incertidumbres combinadas con respecto a las mediciones de altura y tiempo **NO** representan la incertidumbre total de la medición indirecta que en este caso sería la medición de la gravedad es decir que aún falta calcular la incertidumbre combinada total de la medición de la gravedad $U_c(g)_{TOTAL} = ?$.

PASO 5: Calcular los coeficientes de sensibilidad.

Los coeficientes de sensibilidad describen qué tan sensible es el mensurando con respecto a las variaciones en la magnitud de entrada correspondiente. Los coeficientes de sensibilidad se calculan a partir de la relación funcional descrita en la siguiente ecuación [7]:

$$C_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (9)$$

Así que para el caso de la gravedad C_h y C_t son los coeficientes de sensibilidad evaluados como:

$$C_h = \frac{\partial f}{\partial h} \quad y \quad C_t = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (10)$$

Dónde:

$$f = a = g = \frac{2h}{t^2}$$

$$C_t = -\frac{4h_i}{t_i^3} \quad ; \quad C_h = \frac{2}{t_i^2}$$

Los coeficientes de sensibilidad para este caso son las derivadas parciales de f con respecto a la altura y al tiempo.

PASO 6: Estimar la incertidumbre combinada total.

Con este resultado, se tienen ahora todas las contribuciones necesarias para calcular la incertidumbre estándar combinada de las incertidumbres combinadas asociadas a cada una de las mediciones directas. **Consideraremos en este experimento que las magnitudes de entrada (altura y tiempo) no están correlacionadas.** Para hallar la incertidumbre combinada total de una medición se usa la siguiente expresión [5]:

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (C_i)^2 \cdot U_c^2(x_i)} \quad (11)$$

Aplicando la ecuación (11) al caso de la gravedad se obtiene que:

$$U_c(g)_{TOTAL} = \sqrt{C_h^2 \cdot U_c^2(g)_h + C_t^2 \cdot U_c^2(g)_t} \quad (12)$$

$$U_c(g)_{TOTAL} = \sqrt{\left(\frac{2}{t_i^2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{(U_A)_h^2 + (U_{B1})_h^2 + (U_{B2})_h^2}\right)^2 + \left(-\frac{4h_i}{t_i^3}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{(U_A)_t^2 + (U_{B1})_t^2 + (U_{B2})_t^2}\right)^2}$$

PASO 7: Calcular la incertidumbre expandida.

Aunque la incertidumbre estándar combinada puede utilizarse para expresar la incertidumbre del resultado de una medición en algunas aplicaciones comerciales, industriales y regulatorias es necesario ofrecer una medida de la incertidumbre que represente un intervalo alrededor del resultado de la medición dentro del cual puedan encontrarse los valores que razonablemente pueden ser atribuidos al mensurado con un alto nivel de confianza.

La incertidumbre expandida se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (K) llamado factor de cobertura.

$$U_E = k \cdot U_C \quad (13)$$

El factor de cobertura se encuentra con base en el número de grados de libertad del sistema de medición, consultando la tabla t-student. De manera introductoria

consideraremos un número infinito de grados de libertad y un 95 % como nivel de confianza. Para este caso:

$$k = 1,96 \quad (14)$$

En documento anexo a estas guías se muestra el método riguroso para calcular la incertidumbre de medición con base en la norma internacional GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”.

EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN ESTÁ COMPLETO ÚNICAMENTE CUANDO ESTÁ ACOMPAÑADO POR UNA DECLARACIÓN CUANTITATIVA DE LA INCERTIDUMBRE, QUE PERMITE VALORAR LA CONFIABILIDAD EN ESTE RESULTADO.

Así que en el momento de expresar el resultado de la medición realizada en el laboratorio la manera adecuada es:

$$Y = y \pm U(y) \quad (12)$$

Para el caso de la gravedad tendremos que:

$$Y = \bar{g} \pm U_E(g)$$

Como recomendación general, los valores numéricos del estimado de la medición y su incertidumbre no deben informarse con un número excesivo de dígitos. Es suficiente utilizar dos cifras significativas para la expresión de la incertidumbre de medición redondeando la última cifra de la misma, hacia el número superior consecutivo. El valor del mensurando deberá tener el mismo número de cifras decimales que el valor de la incertidumbre de medición, redondeando al final y utilizando las reglas de redondeo que se vieron en el experimento 1. No se debe olvidar expresar el resultado de la medición y su incertidumbre con las unidades apropiadas.

Nota: Introductoriamente se considera que no existe correlación entre las variables de entrada, en el caso en que las variables estén correlacionadas se debe seguir el método riguroso descrito en el diagrama de flujo presentado en el documento anexo a estas guías; éste lo pueden consultar los estudiantes avanzados que quieran profundizar en estos tópicos.

3. MATERIALES

Un adaptador 9V CD.

Cronómetro UTP (Tolerancia: 0,01%; Resolución: 10^{-4} s).

Cinta métrica (Tolerancia: 0.1%; Resolución: 10^{-3} m).

Sensor acústico para detectar el final de la caída del balón.

Un balón de acero con 0,010 m de diámetro aproximadamente.

Cables de conexión.

Una calculadora con funciones estadísticas.

Opcional: una computadora personal PC.

Dos hojas de papel milimetrado

4. RECOMENDACIONES

Lea detenidamente la introducción, las recomendaciones y el trabajo para desarrollar de esta guía antes de comenzar su experimento.

En cuanto al equipo: Utilizar el balón sugerido, conectar el cronómetro unos 10 minutos antes de realizar la práctica y desconectarlo una vez se haya terminado la misma.

En cuanto al manejo de datos: Verificar constantemente el número de datos y su correspondencia con los datos introducidos en la calculadora para garantizar resultados correctos.

En cuanto a la medida de la altura: Colocar el balón debajo del electroimán y realizar la lectura disminuyendo el error de paralelaje. Recuerde que la medida de la altura se hace con respecto al centro de la esfera que se deja caer.

Reporte los datos teniendo en cuenta las resoluciones de los instrumentos de medición.

5. TRABAJO PARA DESARROLLAR

Para determinar experimentalmente la aceleración de un cuerpo que se mueve debido a la fuerza gravitacional, es necesario tener valores confiables de altura y tiempo en cantidad suficiente para proceder a su análisis. La altura (h) se mide directamente sobre la cinta métrica graduada en milímetros adherida al soporte con error de calibración de 0,1% y una resolución de 10^{-3} m. Para medir el tiempo (t) se usa el cronómetro UTP. Cuando se selecciona el modo “caída libre”, este suministra corriente eléctrica a un electroimán, el cual produce un campo magnético B capaz de sostener un balón de acero. Al presionar la tecla <soltar>, se suspende la corriente al electroimán y “simultáneamente” empieza al conteo de tiempo hasta cuando el balón “toca” el sensor de caída. El dato obtenido es mostrado en la pantalla con un error de calibración de 0,01% y una resolución de 10^{-4} s.

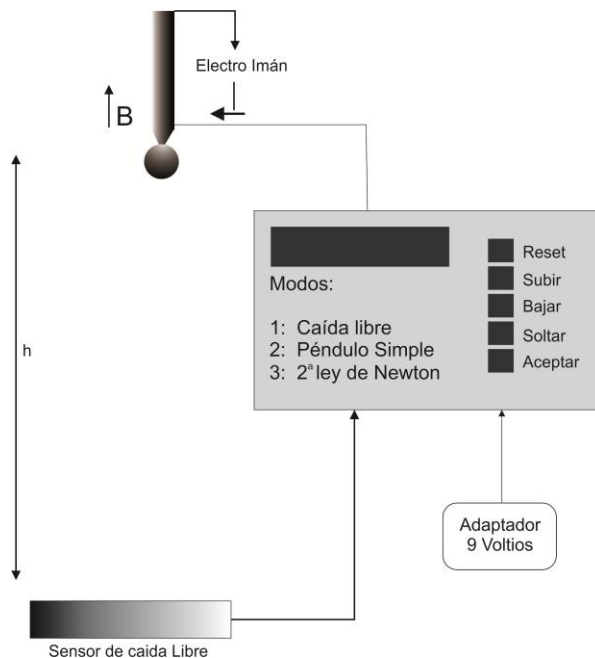


Figura 6 Diagrama que ilustra el montaje del equipo para la práctica de caída libre.

TOMA DE DATOS

Para tomar datos proceda de la siguiente manera:

Seleccione el modo caída libre (<Reset> “1” y <Aceptar>)

Elija la altura deseada para el balón, tomando como referencia el tope al cual queda adherido el balón, teniendo en cuenta que esta es una altura de referencia y que la verdadera medida de la altura desde la cual cae el balón, es la que cada estudiante realiza de manera directa y con respecto al centro del balón que se deja caer.

Presione <solter>. Anote el valor obtenido del tiempo.

Para un nuevo dato presione nuevamente <Aceptar> y <Solter>.

1. Ubique una altura de 0,20 m (esto lo hará el primer estudiante con respecto al tope al cual queda adherido el balón) y tome cinco (5) datos de tiempo y para cada caso el dato correspondiente de altura, los estudiantes del grupo se turnaran para realizar estas medidas. Recuerde que cada estudiante debe medir la altura tomando como referencia el centro del balón y evitando errores de paralaje.

2. Repita el procedimiento (paso N°1) para las siguientes alturas de referencia: 0,40m, 0,60m, 0,80m y así sucesivamente hasta la máxima altura posible.

3. Organice las medidas de altura y tiempo en la tabla 1.

h = 0,2 m		h = 0,4 m		h = 0,5 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)
h = 0,6 m		h = 0,8 m		h = 1,0 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)
h = 1,2 m		h = 1,4 m		h = 1,6 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)

Tabla 1 Resultados de las mediciones.

TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE RESULTADOS

Se sugiere el siguiente procedimiento para que se tenga en cuenta al momento de realizar cálculos de la gravedad experimental y su respectiva incertidumbre. Los datos obtenidos del valor medio de cada altura \bar{h}_i y los promedios del tiempo de caída \bar{t}_i le permitirán hacer el análisis para obtener la ecuación del comportamiento del balón a medida que se cae.

- Halle los valores promedios de la altura y el tiempo para cada una de las alturas sugeridas en esta práctica consigne los datos obtenidos en la tabla 3.
- Determine el valor de la aceleración (gravedad) para cada altura, recuerde realizar todos sus cálculos con el número correcto de cifras significativas teniendo en cuenta las reglas para operaciones matemáticas. Consigne sus datos en la tabla 3.
- Con los datos de las 2 primeras columnas de la tabla 5.3 construya una gráfica de altura en función del tiempo correspondiente al movimiento del balón durante su descenso.
- Utilizando las técnicas de análisis gráfico apropiadas encuentre la ecuación del movimiento del balón en su caída y compárela con la ecuación 2 (para ello linealice la curva encontrada anteriormente, calcule el valor de su pendiente y con base en esta, halle el valor de la aceleración de la gravedad).
- Realice el análisis de incertidumbres según el proceso descrito en esta guía para la medición indirecta de la gravedad. Como guía para este cálculo consigne los datos pedidos en la tabla 2 finalmente consigne los datos de incertidumbre solicitados en la tabla 3.
- Exprese el mejor valor la gravedad con las unidades y el número de cifras significativas correctas para expresar la aceleración.

	INCERTIDUMBRES PARA EL ROLOJ DIGITAL			INCERTIDUMBRES PARA LA CINTA METRICA			INCERTIDUMBRES COMBINADAS	
	U_A	U_{B1}	U_{B2}	U_A	U_{B1}	U_{B2}	$U_{c(h)}$	$U_{c(t)}$
20								
40								
50								
60								
80								
100								
120								
140								
160								

Tabla 2 Resultados estadísticos.

cm	\bar{h}_i (m)	\bar{t}_i (s)	\bar{t}_i^2 (s ²)	g_i (m/s ²)	C_h	C_t	$Uc(g)_{total}$	$U_E(g)$
20								
40								
50								
60								
80								
100								
120								
140								
160								

Tabla 3 Resultados obtenidos.

Nota: Recuerde que para hallar la incertidumbre expandida de sus mediciones k se asume con un valor de 1.96.

6. ANÁLISIS DE DATOS

- ¿Cuál es la relación que existe entre las variables h (altura) y tiempo de caída del balón?
- ¿De qué manera pudo linealizar esta relación y obtener el gráfico de una línea recta?
- ¿Cuál es el valor de la pendiente de dicho gráfico?
- ¿Cuáles son las unidades de esta pendiente?
- ¿Qué cantidad física representa la pendiente de su gráfico?
- ¿Cuál fue el valor de la aceleración de gravedad obtenida por su grupo?
- ¿Qué significado tiene el valor de la incertidumbre calculada para el dato obtenido de la aceleración de gravedad?

7. CONCLUSIONES

- De acuerdo a los resultados obtenidos ¿Qué tipo de movimiento describe el balón? ¿Es uniforme? ¿Es uniformemente acelerado? Justifique su respuesta.
- ¿El valor obtenido para la aceleración se parece a alguna constante conocida?
 - ¿Qué dificultades tuvo en la realización del experimento?
 - ¿Qué dificultades tuvo para hacer el análisis de los resultados?