



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ASIGNATURA: Álgebra Lineal
CÓDIGO: CB223
INTENSIDAD HORARIA: 4 Horas por semana
CRÉDITOS: 3
TIPO: Teórico - Práctico

1. OBJETIVO GENERAL.

El estudiante que aprueba este curso estará en capacidad de modelar situaciones y resolver problemas de su vida profesional con herramientas del álgebra lineal.

- 2. RESULTADOS DE APRENDIZAJE.** El estudiante que apruebe este curso estará en capacidad de:
- 2.1. Entender situaciones en las que intervienen varias variables.
 - 2.2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales.
 - 2.3. Interpretar geoméricamente sistemas de ecuaciones lineales en varias variables.
 - 2.4. Formular situaciones de la vida profesional en espacios vectoriales apropiados.
 - 2.5. Interpretar expresiones en varias variables como transformaciones lineales.
 - 2.6. Calcular e interpretar valores y vectores propios de transformaciones lineales.

3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE Y CONTENIDOS ESPECÍFICOS POR UNIDAD
El estudiante que aprueba este curso estará en capacidad de:

3.1 UNIDAD 1. SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES (2 semanas)

3.1.1 Resultados de aprendizaje

- 3.1.1.1 Encontrar y analizar el conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales.
- 3.1.1.2 Modelar situaciones que surgen en la vida diaria con sistemas de ecuaciones lineales.

3.1.2 Contenidos

- 3.1.2.1 La línea recta. Sistemas 2×2 .
- 3.1.2.2 Ecuación lineal con n incógnitas.
- 3.1.2.3 Sistemas de ecuaciones lineales ($m \times n$) y representación matricial. Formas escalonadas por renglones. Eliminación gaussiana y Gauss Jordan.
- 3.1.2.4 Aplicaciones.

3.2 UNIDAD 2. GEOMETRÍA VECTORIAL (5 semanas)

3.2.1 Resultados de aprendizaje

- 3.2.1.1 Manipular vectores en n dimensiones.
- 3.2.1.2 Reconocer las propiedades de las operaciones de los vectores como espacio vectorial.
- 3.2.1.3 Entender los conceptos de ángulo, distancia y proyecciones en vectores en \mathbb{R}^n .
- 3.2.1.4 Describir algebraicamente rectas y planos en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .
- 3.2.1.5 Describir algebraicamente hiperplanos en \mathbb{R}^n .

3.2.2 Contenidos

- 3.2.2.1 Vectores en el plano \mathbb{R}^2 .
- 3.2.2.2 Igualdad de vectores. Operaciones con vectores. Combinación lineal. Dependencia e independencia lineal.
 - 3.2.2.2.1 Propiedades de la suma y de la multiplicación por un escalar. Producto punto. Ángulos entre vectores en \mathbb{R}^2 y proyecciones.
- 3.2.2.3 Vectores en \mathbb{R}^3 y \mathbb{R}^n . Ángulos y cosenos directores. Igualdad de vectores.
- 3.2.2.4 Operaciones con vectores.
- 3.2.2.5 Producto punto, ángulo entre vectores en \mathbb{R}^n y proyecciones.
- 3.2.2.6 Producto vectorial en \mathbb{R}^3 . Áreas y volúmenes.
- 3.2.2.7 Rectas en \mathbb{R}^3 .
- 3.2.2.8 Planos en \mathbb{R}^3 .

3.3 UNIDAD 3. MATRICES Y DETERMINANTES (2 semanas)

3.3.1 Resultados de aprendizaje

- 3.3.1.1 Reescribir operaciones entre vectores usando matrices.
- 3.3.1.2 Identificar similitudes y diferencias entre vectores y matrices.
- 3.3.1.3 Reconocer las propiedades de las operaciones de las matrices como espacio vectorial.
- 3.3.1.4 Calcular, utilizar e interpretar el determinante de una matriz

3.3.2 Contenidos

- 3.3.2.1 Definición de matriz.
- 3.3.2.2 Operaciones y propiedades de matrices.
- 3.3.2.3 $(M_{m \times n}, +, \lambda)$ como un espacio vectorial.
- 3.3.2.4 Inversa de una matriz.
- 3.3.2.5 Definición y propiedades de determinantes.
- 3.3.2.6 Determinantes e inversa de matrices.

3.4 UNIDAD 4. ESPACIOS VECTORIALES (3 semanas)

3.4.1 Resultados de aprendizaje

- 3.4.1.1 Reconocer espacios vectoriales.
- 3.4.1.2 Encontrar e identificar conjuntos generadores y bases de espacios vectoriales.
- 3.4.1.3 Encontrar y calcular la dimensión de un espacio vectorial.

3.4.2 Contenidos

- 3.4.2.1 Definición de espacio vectorial y subespacio.
- 3.4.2.2 Combinación lineal, dependencia e independencia lineal. Espacio generado. Conjunto generador. Bases y dimensión.
- 3.4.2.3 Espacios fundamentales de una matriz. Cambio de base.
- 3.4.2.4 Espacios con producto interno.
- 3.4.2.5 Bases ortonormales y proyecciones en \mathbb{R}^n .

3.5 UNIDAD 5. TRANSFORMACIONES LINEALES (2 semanas)

3.5.1 Resultados de aprendizaje

- 3.5.1.1 Reconocer transformaciones lineales.
- 3.5.1.2 Determinar los subespacios asociados a una transformación lineal y sus dimensiones.
- 3.5.1.3 Determinar matrices asociadas a una transformación lineal.
- 3.5.1.4 Interpretar geoméricamente transformaciones lineales.

3.5.2 Contenidos

- 3.5.2.1 Definición de transformación lineal y propiedades.
- 3.5.2.2 Núcleo e imagen de una transformación lineal.
- 3.5.2.3 Representación matricial de una transformación lineal.

3.6 UNIDAD 6. VALORES Y VECTORES PROPIOS (3 semanas)

3.6.1 Resultados de aprendizaje

- 3.6.1.1 Calcular valores y vectores propios de transformaciones lineales.
- 3.6.1.2 Hallar la matriz diagonal equivalente, si la hay, y la matriz cambio de base.
- 3.6.1.3 Usar valores y vectores propios en problemas de ingeniería y tecnología.
- 3.6.1.4 Usar valores y vectores propios en formas cuadráticas y secciones cónicas.

3.6.2 Contenidos

- 3.6.2.1 Definiciones: valor y vector propio, espacio característico, multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.
- 3.6.2.2 Matrices semejantes y diagonalización.
- 3.6.2.3 Matrices simétricas y diagonalización ortogonal.
- 3.6.2.4 Formas cuadráticas y secciones cónicas.

4. METODOLOGÍA

El docente tiene toda la autonomía de elegir su metodología de trabajo. No obstante, se sugiere que la misma le permita al alumno participar activamente en su proceso de aprendizaje, donde el estudiante lea con anterioridad, se promueva el trabajo en grupo, y se facilite en el educando el desarrollo de habilidades como: razonar, modelar, argumentar, comunicar, resolver problemas, entre otras.

De igual manera se sugiere que los profesores generen estrategias de aprendizaje con los estudiantes que promuevan el desarrollo de las operaciones intelectuales de alto nivel. Dentro de estas estrategias se propone que los docentes antes de iniciar cada unidad entreguen un taller a los

estudiantes con no más de 10 preguntas.

El propósito de entregar el taller antes de iniciar cada unidad es para que el estudiante tenga realice una lectura previa de los ejercicios propuestos, se familiarice con ellos y esté atento al desarrollo de los conceptos que se ven en cada una de las sesiones de clase, lo que le permitirá identificar la teoría que lo acercará a la solución de los ejercicios.

Los talleres deben contener por lo menos 5 sesiones:

- Una situación problema que los lleve a involucrar los temas a desarrollar durante la unidad, o la puedan resolver al indagar y usar sus conocimientos previos.
- Actividades que pueden ser de teoría que les permita proponer alguna solución, generalización, clasificación o particularización.
- Preguntas para decidir su valor de verdad, con las cuales se verifican los conceptos, el alumno propone hipótesis, conjeturas, argumenta, demuestra o plantea contraejemplos. Además, se le permite familiarizarse con leyes, propiedades y regularidades del tema de cada unidad.
- Ejercicios de tipo algorítmico o procedimental.
- Aplicaciones en la vida cotidiana o en el contexto matemático.

Los talleres se presentan en grupo, todos los integrantes del grupo deben sustentarlos, aunque la nota es individual, dependiendo de la participación, compromiso, aportes, entre otros. Se fomentará la autoevaluación y coevaluación.

Estos talleres pueden ser sustentados al profesor o al monitor del acompañamiento académico. La nota tendrá un porcentaje adicional sobre la valoración obtenida sobre el parcial, (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje, previo acuerdo con el coordinador del curso).

Otra de las estrategias sugeridas para el seguimiento en el proceso de aprendizaje, que permita fortalecer y desarrollar el trabajo autónomo y autorregulado de los estudiantes, es realizar pruebas cortas o quices, las cuales se podrán realizar en por lo menos dos de las sesiones de clase por cada semana. Dichas pruebas cortas o quices deben estar planeados para no más de 10 minutos, con las al menos una de las siguientes características:

- **Control de lectura.** Permitirán identificar si el alumno leyó antes de clase el tema a desarrollar. Es para verificar lectura, no para comprobar si entendió o no el tema.
- **Retroalimentación.** Verificar si el estudiante estudió y entendió el tema o temas de las clases anteriores. Le ayudará a retroalimentar su proceso de aprendizaje.
- **Desarrollo de la clase.** Valorar la atención y participación del alumno en la clase.

Los quices se califican y su nota incrementará a la nota obtenida en el examen parcial (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje que aplicará a las pruebas). Para esta nota se tendrá en cuenta sólo los que estén aprobados.

Los quices de retroalimentación pueden recuperarse con el monitor, previo acuerdo entre el profesor y el monitor.

Cuando sea pertinente el profesor diseñará ejercicios especiales, retadores, para los estudiantes. Ejercicios que permitan relacionar el tema visto con el que se desarrollará en la próxima clase.

Para lograr lo anterior, se propone implementar la filosofía del proyecto educativo institucional, PEI, en la que se sugiere que el estudiante debe realizar dos horas de trabajo independiente por cada hora de clase.

Las actividades que debe realizar el estudiante para lograr los objetivos propuestos y resultados de aprendizaje deben incluir:

- **Antes de la clase:** Estudiar el tema explicado por el profesor para esta clase, siguiendo sus orientaciones. Esta actividad incluye aprender los conceptos, comprenderlos y aplicarlos en las respuestas a las preguntas formuladas, el análisis de los ejemplos resueltos, así como la solución de los ejercicios y problemas asignados. Además, escribir las preguntas y dudas que le surjan durante la preparación del material.
- **Después de la clase:** Buscar la consolidación del nuevo conocimiento mediante la solución de ejercicios complementarios en el programa de acompañamiento académico y establecer relaciones con el tema de la siguiente clase. No conformarse con entender, sino profundizar en lo aprendido, para lo cual se propone hacer un seguimiento.

Con el fin de contextualizar los aprendizajes en cada uno de los programas académicos, se sugieren las siguientes estrategias, discriminadas por cada unidad de contenido:

Para la Unidad 1, sistemas de ecuaciones lineales, se sugiere llevar a clase un modelo de ingeniería y plantear varios sistemas. Descubrir que hay sistemas con solución única, infinitas soluciones o ninguna. Se sugiere enfatizar qué es más importante, saber cuántas soluciones tiene un sistema o cuáles son.

Para la Unidad 2, geometría vectorial, aunque se llama geometría, la aproximación no se limita a vectores en el plano, ni en el espacio, sino que consiste en desarrollar los conceptos geométricos de recta, ángulo, distancia, etc., en dimensión n , y sus propiedades.

Para la Unidad 3, matrices y determinantes: Esta unidad tiene el doble objetivo de desarrollar las habilidades de realizar cálculos con matrices y desarrollar los conceptos necesarios para escribir problemas en el lenguaje de matrices, y entender esto como un ejemplo de espacio vectorial.

Para la Unidad 4, espacios vectoriales: Se sugiere hacer de esta la unidad más importante del curso. Es sin duda, el concepto más difícil de todo el curso, por su generalidad. Por eso es importante enfatizar que todos los conceptos que se desarrollan en esta unidad son importantes y tienen una interpretación en todos los ejemplos y en las aplicaciones.

Para la Unidad 5, transformaciones lineales: Se sugiere enfatizar que muchos de los cálculos que se hacen en álgebra lineal son cálculos sobre transformaciones particulares. Por ejemplo, encontrar la imagen o la preimagen de un elemento, o el kernel o la imagen. Por ello, son una reformulación de los problemas de las aplicaciones.

Para la Unidad 6, valores y vectores propios: es notable que la literatura no solo incluye siempre este capítulo como el más importante, sino que las mayores discusiones sobre álgebra lineal se refieren a cómo presentar estos conceptos. Cualquiera que sea la opción que elija, es necesario no tanto que los estudiantes sean capaces de calcular los valores propios y vectores propios de una

matriz, sino que puedan interpretar los resultados que obtengan, y que cuando se presenten problemas, sepan qué significan.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Cherney David, Denton Tom, Thomas Rohit and Waldron Andrew. (2013). Linear Algebra. First Edition. Edited by Katrina Glaeser and Travis Scrimshaw.
- [2] Del Valle Juan Carlos. (2011). Álgebra lineal para estudiantes de ingeniería y ciencias. Primera Edición, McGraw Hill. México DF.
- [3] Grossman Stanley. (2008). Álgebra Lineal con aplicaciones. Sexta edición. McGraw Hill.
- [4] Hefferon Jim. (2020). Linear Algebra. Fourth Edition. Saint Michael's College Colchester, Vermont USA 05439.
- [5] Kolman Bernard, Hill David (2006). Álgebra Lineal. Octava edición. Pearson Educación.
- [6] Lipschutz Seymour. (1991). Theory and problems of linear algebra. Second Edition. Schaum's online series McGraw Hill.
- [7] Nakos George, Joyner David. (1999). Álgebra lineal con aplicaciones. International Thomson.
- [8] Poole David. (2011) Álgebra lineal. Una introducción moderna. Tercera edición. Internacional Thomson. México DF.
- [9] Uzuriaga Vivian, Martínez Alejandro. (2015). Álgebra Lineal desde un enfoque desarrollador. Editorial Universidad Tecnológica de Pereira:

6. EVALUACIÓN

La evaluación final será unificada y contendrá todos los temas que se describieron en el contenido y tiene una valoración del 30% de la nota del curso. Anexo a este documento, se encuentran algunas preguntas que se pueden usar como modelo para las evaluaciones, o para las tareas, que evalúan las competencias propuestas en cada unidad de contenido.

Distribución de porcentajes para las evaluaciones

EVALUACIÓN	PORCENTAJE		
Evaluación I Recuerde: Por reglamento el 30% de la nota del curso debe estar registrada en la plataforma a más tardar el primer día de la semana 8ª.	Opción I	Examen I	15 %
		Examen II	15 %
	Opción II	Examen I	10 %
		Examen II	20 %
Opción III	Un sólo examen	30%	
Evaluación II	20%		
Evaluación III	20%		
Examen final	30%		

Recuerde: Es el 30% porque el examen es unificado.	
---	--

Observaciones, se sugiere que:

- Las evaluaciones contengan ejercicios que permitan por lo menos evaluar el desempeño: algorítmico, argumentativo y demostrativo (Preguntas de falso y verdadero), modelación (contextualización de los conceptos).
- Todos los exámenes que se hagan deben ser **enviados por lo menos con una semana de anterioridad a la fecha de realización del mismo**, al coordinador del curso, esto con el fin de unificar criterios de evaluación y analizar aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Las actividades extra curriculares que se asignen como talleres o tareas, deben ser sustentadas por los estudiantes, si las mismas son tenidas en cuenta como parte de la evaluación.
- La valoración del examen final únicamente es la que el alumno obtenga en su examen, **no incluye décimas** por talleres o similares.