UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ASIGNATURA: **Matemáticas Fundamentales**
CÓDIGO: **CB 1B3**
REQUISITOS: **Admisión.**
PROGRAMAS: **Ingenierías, Tecnologías, Química Industrial**
INTENSIDAD HORARIA: **6 Horas por semana**
CRÉDITOS: **3**
Por ser el primer curso de matemáticas, la proporción de trabajo en clase a trabajo independiente es 1 a 1, en lugar de1 a 2.
TEXTO GUIA: **Álgebra, trigonometría y geometría analítica. Dennis G. Zill & Jacqueline M. Dewar**
TIPO: **Teórico - Práctica**

1. OBJETIVO GENERAL.

El estudiante que aprueba este curso estará en capacidad de usar conceptos, técnicas y resultados matemáticos en la comprensión, interpretación, análisis y solución de problemas en contextos cotidianos que fortalezcan el desarrollo del pensamiento matemático.

2. RESULTADOS DE APRENDIZAJE. El estudiante que apruebe este curso estará en capacidad de:

2.1. Usar e interpretar la notación matemática.
2.2. Aplicar correctamente los algoritmos de las matemáticas básicas.
2.3. Manipular correctamente los conceptos de las matemáticas básicas.
2.4. Modelar situaciones cotidianas y de su campo disciplinar, usando conceptos matemáticos.
2.5. Resolver problemas cotidianos y de su campo disciplinar en términos matemáticos.

3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE Y CONTENIDOS ESPECÍFICOS POR UNIDAD. La aprobación de este curso dará como resultado un estudiante capacitado para:

3.1 UNIDAD 1. LÓGICA (1.5 semanas)

3.1.1 Resultados de aprendizaje

3.1.1.1 Traducir expresiones del lenguaje natural al lenguaje de la lógica.
3.1.1.2 Determinar la validez de un argumento lógico.
3.1.1.3 Interpretar expresiones matemáticas con cierto rigor.

3.1.2 Contenidos

3.1.2.1 Introducción al cálculo de proposiciones
3.1.2.2 Tablas de verdad
3.1.2.3 Métodos de demostración en matemáticas.
3.1.2.4 Argumentos lógicos y deducción

3.2 UNIDAD 2. TEORÍA DE CONJUNTOS (1.5 semanas)

3.2.1 Resultados de aprendizaje

3.2.1.1 Comprender intuitivamente la noción de conjunto, elemento y subconjunto.
3.2.1.2 Interpretar gráficamente las operaciones entre conjuntos.
3.2.1.3 Utilizar los conceptos de la teoría de conjuntos para representar situaciones cotidianas.
3.2.1.4 Relacionar las operaciones de conjuntos con los conectivos lógicos.
3.2.1.5 Resolver problemas elementales de conteo.

3.2.2 **Contenidos**
3.2.2.1 Nociones de conjunto: elemento y subconjunto.
3.2.2.2 Operaciones entre conjuntos, diagramas de Venn.
3.2.2.3 Cardinalidad

3.3 UNIDAD 3. NÚMEROS REALES (5 semanas)

3.3.1 **Resultados de aprendizaje**
3.3.1.1 Identificar números reales y utilizar correctamente las propiedades de la adición (suma) y la multiplicación.
3.3.1.2 Operar correctamente con fracciones numéricas y hallar equivalencias entre formas decimal, fraccionaria y porcentual de un real dado.
3.3.1.3 Enunciar, escribir y utilizar correctamente las propiedades de la potenciación de números reales.
3.3.1.4 Resolver problemas que involucran progresiones aritméticas y geométricas.
3.3.1.5 Definir las relaciones $>$, $<$, $\geq$, $\leq$ y establecer las propiedades de las desigualdades
3.3.1.6 Definir el concepto de valor absoluto de un número real y sus propiedades.
3.3.1.7 Ubicar correctamente números reales en la recta numérica.
3.3.1.8 Resolver desigualdades lineales o con valor absoluto, y expresar su solución en forma gráfica y de intervalo.
3.3.1.9 Modelar situaciones que requieren plantear una ecuación o una desigualdad lineal y analizar la pertinencia de las soluciones encontradas.

3.3.2 **CONTENIDOS**

3.3.2.1 Construcción intuitiva de los números reales.
3.3.2.2 Operaciones con números reales y sus propiedades.
3.3.2.3 Propiedades de campo de los números reales.
3.3.2.4 Operaciones con fraccionarios.
3.3.2.5 Potenciación.
3.3.2.6 Representación geométrica de los números reales.
3.3.2.7 Relación de orden en el conjunto de los números reales, intervalos.
3.3.2.8 Valor absoluto y sus propiedades.
3.3.2.9 Ecuaciones e inecuaciones lineales y con valor absoluto.

3.4 UNIDAD 4. EXPRESIONES ALGEBRAICAS (4 semanas)

3.4.1 **Resultados de aprendizaje**
3.4.1.1 Expresar relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas usando el lenguaje del álgebra
3.4.1.2 Operar con expresiones algebraicas
3.4.1.3 Utilizar las propiedades de las operaciones entre polinomios
3.4.1.4 Aplicar el concepto de cero de un polinomio, enunciar los teoremas del residuo y del factor
3.4.1.5 Determinar los ceros racionales de un polinomio de coeficientes enteros y aplicar el teorema del factor para factorizarlo en el campo de los reales.
3.4.1.6 Enunciar y aplicar el teorema fundamental del álgebra en la determinación del número de ceros de un polinomio y carácter de los mismos. Calcular ceros reales con el algoritmo de bisección.
3.4.1.7 Resolver ecuaciones e inecuaciones polinomiales y racionales

3.4.2 **Contenidos**

3.4.2.1 Introducción histórica al lenguaje del álgebra.
3.4.2.2 Polinomios y funciones polinómicas.
3.4.2.3 Operaciones con polinomios.
3.4.2.4 Productos notables y factorización.
3.4.2.5 Teorema del factor y del residuo.
3.4.2.6 Teorema fundamental del álgebra.
3.4.2.7 Ecuaciones e inecuaciones cuadráticas.
3.4.2.8 Ecuaciones e inecuaciones polinómicas y racionales.

3.5 UNIDAD 5. FUNCIONES: CONCEPTOS GENERALES (4 semanas)

3.5.1 **Resultados de aprendizaje**

3.5.1.1 Clasificar relaciones en el plano cartesiano.
3.5.1.2 Definir función y términos asociados al concepto, y determinar estos conjuntos para una función dada.
3.5.1.3 Aplicar el concepto de gráfica de una función y analizar el comportamiento de funciones a partir de sus gráficas.
3.5.1.4 Clasificar funciones como pares o impares y las simetrías derivadas.
3.5.1.5 Dibujar gráficas de funciones con traslaciones y dilataciones.
3.5.1.6 Operar correctamente con funciones, calcular los puntos de intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados y resolver problemas de aplicación de funciones.
3.5.1.7 Hacer composición de funciones, y determinar las funciones que, compuestas, dan como resultado una función dada.
3.5.1.8 Clasificar una función dada como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.
3.5.1.9 Establecer la existencia y características de la inversa de una función dada, su cálculo, y la relación de su gráfica con la gráfica de la función original.

3.5.2 **Contenidos**

3.5.2.1 El plano cartesiano.
3.5.2.2 Introducción a la geometría analítica: Distancia entre dos puntos y punto medio.
3.5.2.3 Ecuación de la circunferencia.
3.5.2.4 Ecuación de la línea recta.
3.5.2.5 Relaciones y funciones, representación gráfica en el plano cartesiano.
3.5.2.6 Definiciones de función, dominio, codominio, imagen.
3.5.2.7 Gráficas de funciones: polinomiales, racionales, trascendentales, a trozos.
3.5.2.8 Operaciones con funciones: polinomiales, racionales, trascendentales.
3.5.2.9 Composición de funciones
3.5.2.10 Clases de funciones: inyectiva, sobreyectiva y biyectiva
3.5.2.11 Función inversa

4. METODOLOGÍA

El docente tiene toda la autonomía de elegir su metodología de trabajo. No obstante, se sugiere que la misma le permita al alumno participar activamente en su proceso de aprendizaje, donde el estudiante lea con anterioridad, se promueva el trabajo en grupo, y se facilite en el educando el desarrollo de habilidades como: razonar, modelar, argumentar, comunicar, resolver problemas, entre otras.

De igual manera se sugiere que los profesores generen estrategias de aprendizaje con los estudiantes que promuevan el desarrollo de las operaciones intelectuales de alto nivel. Dentro de estas estrategias se propone que los docentes antes de iniciar cada unidad entreguen un taller a los estudiantes con no más de 10

preguntas.

El propósito de entregar el taller antes de iniciar cada unidad es para que el estudiante tenga realice una lectura previa de los ejercicios propuestos, se familiarice con ellos y esté atento al desarrollo de los conceptos que se ven en cada una de las sesiones de clase, lo que le permitirá identificar la teoría que lo acercará a la solución de los ejercicios.

Los talleres deben contener por lo menos 5 sesiones:

- Una situación problema que los lleve a involucrar los temas a desarrollar durante la unidad, o la puedan resolver al indagar y usar sus conocimientos previos.
- Actividades que pueden ser de teoría que les permita proponer alguna solución, generalización, clasificación o particularización.
- Preguntas para decidir su valor de verdad, con las cuales se verifican los conceptos, el alumno propone hipótesis, conjeturas, argumenta, demuestra o plantea contraejemplos. Además, se le permite familiarizarse con leyes, propiedades y regularidades del tema de cada unidad.
- Ejercicios de tipo algorítmico o procedimental.
- Aplicaciones en la vida cotidiana o en el contexto matemático.

Los talleres se presentan en grupo, todos los integrantes del grupo deben sustentarlos, aunque la nota es individual, dependiendo de la participación, compromiso, aportes, entre otros. Se fomentará la autoevaluación y coevaluación.

Estos talleres pueden ser sustentados al profesor o al monitor del acompañamiento académico. La nota tendrá un porcentaje adicional sobre la valoración obtenida sobre el parcial, (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje, previo acuerdo con el coordinador del curso).

Otra de las estrategias sugeridas para el seguimiento en el proceso de aprendizaje, que permita fortalecer y desarrollar el trabajo autónomo y autorregulado de los estudiantes, es realizar pruebas cortas o quices, las cuales se podrán realizar en por lo menos dos de las sesiones de clase por cada semana. Dichas pruebas cortas o quices deben estar planeados para no más de 10 minutos, con las al menos una de las siguientes características:

- **Control de lectura**. Permitirán identificar si el alumno leyó antes de clase el tema a desarrollar. Es para verificar lectura, no para comprobar si entendió o no el tema.
- **Retroalimentación**. Verificar si el estudiante estudió y entendió el tema o temas de las clases anteriores. Le ayudará a retroalimentar su proceso de aprendizaje.
- **Desarrollo de la clase**. Valorar la atención y participación del alumno en la clase.

Los quices se califican y su nota incrementará a la nota obtenida en el examen parcial (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje que aplicará a las pruebas). Para esta nota se tendrá en cuenta sólo los que estén aprobados.

Los quices de retroalimentación pueden recuperarse con el monitor, previo acuerdo entre el profesor y el monitor.

Cuando sea pertinente el profesor diseñará ejercicios especiales, retadores, para los estudiantes. Ejercicios que permitan relacionar el tema visto con el que se desarrollará en la próxima clase.

Para lograr lo anterior, se propone implementar la filosofía del proyecto educativo institucional, PEI, en la que se sugiere que el estudiante debe realizar dos horas de trabajo independiente por cada hora de clase.

Las actividades que debe realizar el estudiante para lograr los objetivos propuestos deben incluir:

- **Antes de la clase:** Estudiar el tema explicado por el profesor para esta clase, siguiendo sus orientaciones. Esta actividad incluye aprender los conceptos, comprenderlos y aplicarlos en las respuestas a las preguntas formuladas, el análisis de los ejemplos resueltos y en la solución de los ejercicios y problemas asignados. Además, escribir las preguntas y dudas que le surjan durante la preparación del material.
- **Después de la clase:** Buscar la consolidación del nuevo conocimiento mediante la solución de ejercicios complementarios, en el programa de acompañamiento académico y establecer relaciones con el tema de la siguiente clase. No conformarse con entender, sino profundizar en lo aprendido, para lo cual se propone hacer un seguimiento.

Con el fin de contextualizar los aprendizajes en cada uno de los programas académicos, se sugieren las siguientes estrategias, discriminadas por cada unidad de contenido:

Para la Unidad 1, Lógica:
Con el fin de recalcar la importancia del lenguaje de la lógica, se sugiere que cada profesor le pida a sus estudiantes que identifique la estructura lógica en uno o varios párrafos de un artículo de la disciplina que estudia. Además, que describa en el lenguaje de la lógica un argumento que se use en un artículo.
Adicionalmente, se propone como material de trabajo el documento "Ejercicios de lógica", con el que se pretende lograr que los estudiantes discutan entre ellos la lógica que les guio a escoger una respuesta, hasta que logren ponerse de acuerdo. Estos ejercicios además enfatizan la actitud de rigor que debe acompañar cada lectura de un texto en el que se habla de matemáticas, y como la comprensión incluye estar de acuerdo con las conclusiones obtenidas.

Para la Unidad 2, Teoría de Conjuntos:
Es conveniente que los estudiantes puedan describir en este lenguaje no solo hechos y situaciones concretas, sino también abstractas, en particular que se sientan cómodos con los conjuntos de números, con los que tendrá que trabajar durante todo el curso. El trabajo con los diagramas de Venn es importante no solo porque permite evaluar de manera general la igualdad de conjuntos, sino porque desarrolla el pensamiento geométrico (en realidad gráfico) que será muy útil más adelante. En los ejercicios en los que se resuelven problemas de conteo, es fácil introducir conjuntos o situaciones derivadas del programa de estudio, y también es posible identificar restricciones o sacar conclusiones concretas.

Para la Unidad 3, Números Reales:
Además de desarrollar la equivalencia entre fraccionarios y decimales, es importante describir que los números irracionales son cantidades "ideales" de las que se tienen aproximaciones para cualquier límite de tolerancia, pero que no son iguales a sus aproximaciones. Cuando se han presentado estos números, no cuesta mucho trabajo extender la noción de número a los complejos, y describir sus operaciones, y cómo incluyen el caso real. El objetivo de lograr la correspondencia entre números y puntos de la recta real es muy importante, y puede ser agilizado y potenciado con las Tics. Los problemas de desigualdades y de valor absoluto se pueden resolver entonces de dos maneras, algebraicamente y gráficamente, y es importante que el estudiante pueda interpretar condiciones algebraicas geométricamente y viceversa.
Durante el desarrollo de la unidad, sobre todo al final, es necesario plantear modelos, por ejemplo, con variables directa o inversamente proporcionales, que se describen en situaciones concretas de ingeniería. Estos modelos no solo sirven para desarrollar competencias matemáticas, sino que incentivan al estudiante a profundizar en su aprendizaje disciplinar, y aumentan su confianza en su capacidad de analizar problemas concretos, hallar soluciones y compararlas con la experiencia concreta en la profesión.

Para la Unidad 4, Expresiones algebraicas:
Se ha descubierto que estadísticamente, la proporción de estudiantes que saben dividir polinomios es menor al 10%, por lo que es necesario que esta competencia se desarrolle y se evalúe en este curso. Los intentos

por entender y usar el teorema del factor y el teorema del residuo fracasan si los estudiantes no son capaces de dividir. Si estos no se entienden, se pierde el esfuerzo que se haga por aplicar el teorema fundamental del algebra, e incluso la factorización de la ecuación cuadrática. Es también importante utilizar Tics a la hora de encontrar ceros reales de polinomios, usando el método de disección, con el doble papel de asegurar que los estudiantes son capaces de hacer aritmética con estos medios, y que las respuestas se obtienen en tiempos razonablemente cortos, con precisiones aceptables.
A partir de los modelos desarrollados para la unidad anterior, y otros que aparezcan durante la exposición y desarrollo de las expresiones algebraicas, se verá como los métodos de solución de ecuaciones e inecuaciones tienen significados concretos y relevantes en el campo disciplinar.

Para la Unidad 5, Funciones:
Es importante destacar aquí también el uso de las herramientas de computación, por lo menos en la graficación de funciones y el cálculo de sus inversas. En la exposición de las características de las funciones que se estudiarán en el cálculo, se usarán ejemplos tomados de los textos de asignaturas de la carrera de los estudiantes, no solo para enfatizar que ellas son esenciales en las disciplinas de ingeniería y tecnología, sino para contrastar las conclusiones que se obtienen con métodos matemáticos con las restricciones de los problemas de la vida real. Además, para mostrar la importancia de formalizar la búsqueda de soluciones a problemas como la búsqueda de funciones inversas en un dominio limitado.

5. BIBLIOGRAFÍA

[1] Allendoerfer Carl B. y Oakley Cletus O. Matemáticas Universitarias (1990). 4ta edición. McGrawHill.
[2] Larson Ron. Precalculo (2018). 8va, edición. Cengage Learning.
[3] Larson Ron. Precalculus with CalcChat and CalcView (2018). 10a, edición. Cengage Learning.
[4] Stewart James, Redlin Lothar y Watson Saleem. Precálculo, matemáticas para el cálculo. (2007). 5ta edición Cengage Learning.
[5] Swokowski Earl W. y Cole Jeffery A. Precálculo. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. (2018). 1ra edición. Cengage Learning.
[6] Zill Dennis G. y Dewar Jacqueline. Precálculo con avances de Cálculo. (2012). 4ta edición. McGrawHill.

6. EVALUACIÓN

La evaluación final será unificada y contendrá todos los temas que se describieron en el contenido y tiene una valoración del 30% de la nota del curso. Anexo a este documento, se encuentran algunas preguntas que se pueden usar como modelo para las evaluaciones, o para las tareas, que evalúan las competencias propuestas en cada unidad de contenido.

Distribución de porcentajes para las evaluaciones

EVALUACIÓN	PORCENTAJE		
Evaluación I **<u>Recuerde:</u>** Por reglamento el 30% de la nota del curso debe estar registrada en la plataforma a más tardar el primer día de la semana 8ª.	Opción I	Examen I	15 %
		Examen II	15 %
	Opción II	Examen I	10 %
		Examen II	20 %

	Opción III	Un sólo examen	30%
Evaluación II	20%		
Evaluación III	20%		
Examen final **<u>Recuerde:</u>** Es el 30% porque el examen es unificado.	30%		

<u>Observaciones, se sugiere que:</u>

- Las evaluaciones contengan ejercicios que permitan por lo menos evaluar el desempeño: algorítmico, argumentativo y demostrativo (Preguntas de falso y verdadero), modelación (contextualización de los conceptos).
- Todos los exámenes que se hagan deben ser **<u>enviados por lo menos con una semana de anterioridad a la fecha de realización del mismo,</u>** al coordinador del curso, esto con el fin de unificar criterios de evaluación y analizar aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Las actividades extra curriculares que se asignen como talleres o tareas, deben ser sustentadas por los estudiantes, si las mismas son tenidas en cuenta como parte de la evaluación.
- La valoración del examen final únicamente es la que el alumno obtenga en su examen, **no incluye décimas** por talleres o similares.