

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA FACULTAD DE CIENCIAS  
BÁSICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

|                            |                                                                                         |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ASIGNATURA:</b>         | <b>Cálculo Diferencial</b>                                                              |
| <b>CÓDIGO:</b>             | <b>CB2A3</b>                                                                            |
| <b>REQUISITOS:</b>         | <b>Matemáticas Fundamentales CB1B3</b>                                                  |
| <b>PROGRAMAS:</b>          | <b>Ingenierías, Tecnologías, Química Industrial</b>                                     |
| <b>INTENSIDAD HORARIA:</b> | <b>4 Horas por semana</b>                                                               |
| <b>CRÉDITOS:</b>           | <b>3</b>                                                                                |
| <b>TEXTO:</b>              | <b>Cálculo Diferencial e integral. Edwin Purcell, Dale Varberg &amp; Steven Rigdon.</b> |
| <b>TIPO:</b>               | <b>Teórico-Práctica</b>                                                                 |

**1. OBJETIVO GENERAL.**

El estudiante que aprueba este curso estará en capacidad de usar conceptos, terminología propia del cálculo en una variable y aplicar técnicas básicas de diferenciación de funciones de una variable real en problemas prácticos.

**2. RESULTADOS DE APRENDIZAJE.** El estudiante que apruebe este curso estará en capacidad de:

- 2.1. Manejar funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas
- 2.2. Interpretar el concepto de límite
- 2.3. Interpretar y utilizar la notación simbólica asociada a la diferenciación en una variable
- 2.4. Identificar y resolver los problemas en lo que se usa el cálculo diferencial.
- 2.5. Identificar el comportamiento de las funciones caracterizadas por el cambio de la derivada

**3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE Y CONTENIDOS ESPECÍFICOS POR UNIDAD.** La aprobación de este curso dará como resultado un estudiante capacitado para:

**3.1 UNIDAD 1. GEOMETRÍA: CONCEPTOS GENERALES (2 semanas)**

**3.1.1 Resultados de aprendizaje**

- 3.1.1.1 Desarrollar razonamiento gráfico
- 3.1.1.2 Proponer, interpretar y resolver problemas que muestren el proceso de razonamiento inductivo y deductivo.
- 3.1.1.3 Construir contraejemplos para proposiciones universales falsas
- 3.1.1.4 Sacar conclusiones de postulados geométricos.

**3.1.2 CONTENIDOS**

- 3.1.2.1 Trazado de gráficas de funciones de una variable
- 3.1.2.2 Traslaciones, rotaciones y cambios de escala
- 3.1.2.3 Funciones pares e impares

**3.2 UNIDAD 2. FUNCIONES Y MODELOS (5 semanas)**

**3.2.1 Resultados de aprendizaje**

- 3.2.1.1 Determinar propiedades básicas de funciones lineal, cuadrática, exponencial y logarítmica.

- 3.2.1.2 Calcular e interpretar la pendiente de una recta y determinar la ecuación de una recta a partir de las diferentes formas de hacerlo. Decidir sobre pertenencia o no de un punto a una recta.
- 3.2.1.3 Identificar las relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas dadas, a partir de las relaciones entre sus respectivas pendientes.
- 3.2.1.4 Deducir la ecuación de la circunferencia con centro y radio conocidos, como aplicación de la distancia entre dos puntos.
- 3.2.1.5 Modelar situaciones que requieran plantear una función lineal
- 3.2.1.6 Identificar, expresar matemáticamente y aplicar las relaciones de variación proporcional, directa, inversa u otra.
- 3.2.1.7** Definir las funciones exponencial y logarítmica en base b, sus propiedades y características de sus gráficas, y en especial las funciones  $e^x$  y  $\ln(x)$ . Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- 3.2.1.8 Modelar situaciones que requieran de las funciones exponenciales y logarítmicas.
- 3.2.1.9 Definir las funciones trigonométricas y sus inversas y usarlas en distintos contextos.
- 3.2.1.10 Modelar situaciones que requieran de las funciones trigonométricas

### 3.2.2 CONTENIDOS

- 3.2.2.1 Las funciones lineales y sus propiedades.
- 3.2.2.2 Funciones cuadráticas, parábolas y sus propiedades.
- 3.2.2.3 Funciones exponenciales y sus propiedades.
- 3.2.2.4 Definición de la función logaritmo como inversa de la función exponencial, y propiedades.
- 3.2.2.5 Variación proporcional.
- 3.2.2.6 Ecuaciones con exponenciales y logaritmos.
- 3.2.2.7 Funciones Trigonométricas de ángulos entre 0 y  $\pi$ . Identidades básicas.
- 3.2.2.8 Extensión de las definiciones a ángulos arbitrarios. Propiedades y gráficas.
- 3.2.2.9 Funciones trigonométricas inversas.

## 3.3 UNIDAD 3. LÍMITES Y CONTINUIDAD (2 semanas)

### 3.3.1 Resultados de aprendizaje

- 3.3.1.1 Evaluar por métodos gráficos y algebraicos los límites.
- 3.3.1.2 Determinar la continuidad de una función en un punto y en un intervalo abierto.
- 3.3.1.3 Aplicar el teorema del valor intermedio
- 3.3.1.4 Usar la definición de límite para calcular la derivada de una función.
- 3.3.1.5 Utilizar la relación entre derivabilidad y continuidad.

### 3.3.2 CONTENIDOS

- 3.3.2.1 Definición intuitiva de continuidad, y sus dificultades.
- 3.3.2.2 Definición formal de límite. Interpretaciones gráfica y dinámica de la relación  $\epsilon$ -delta
- 3.3.2.3 Definición formal de continuidad y sus consecuencias inmediatas.
- 3.3.2.4 \* Axioma de la completitud de los números reales. \*
- 3.3.2.5 Teorema de los valores intermedios.
- 3.3.2.6 Definición de la derivada como un límite, e interpretaciones geométrica y dinámica de la derivada.
- 3.3.2.7 Interpretación de la derivada como tasa de cambio en fenómenos de ingeniería.

## 3.4 UNIDAD 4. LA DERIVADA: REGLAS DE DERIVACIÓN (3 semanas)

### 3.4.1 Resultados de aprendizaje

- 3.4.1.1 Calcular la derivada de cualquier función polinómica o racional
- 3.4.1.2 Calcular la derivada de cualquier función trigonométrica, exponencial o logarítmica.
- 3.4.1.3 Usar la derivación implícita en funciones definidas implícitamente.

3.4.1.4 Usar la regla de la cadena para hallar la derivada de una función compuesta.

### 3.4.2 CONTENIDOS

3.4.2.1 Reglas de derivación para la suma, resta, producto y cociente.

3.4.2.2 Regla de la cadena.

3.4.2.3 Derivadas de funciones trascendentes.

3.4.2.4 Derivación implícita.

## 3.5 UNIDAD 5. APLICACIONES DE LA DERIVADA (4 semanas)

### 3.5.1 Resultados de aprendizaje

3.5.1.1 Definir y calcular razones de cambio

3.5.1.2 Resolver problemas que involucren razones de cambio.

3.5.1.3 Encontrar los extremos absolutos y relativos de una función en un dominio dado.

3.5.1.4 Aplicar el teorema del valor medio.

3.5.1.5 Utilizar la derivación para determinar los intervalos de crecimiento y de concavidad de una función dada.

3.5.1.6 Analizar y trazar la gráfica de una función a partir del comportamiento de sus derivadas.

3.5.1.7 Resolver problemas de optimización (máximos y mínimos aplicados).

3.5.1.8 Analizar límites especiales utilizando las reglas de L'Hopital.

### 3.5.2 CONTENIDOS

3.5.2.1 Razón de cambio.

3.5.2.2 Extremos absolutos y relativos.

3.5.2.3 Teorema del valor medio

3.5.2.4 Funciones crecientes y decrecientes.

3.5.2.5 Concavidad.

3.5.2.6 Segunda derivada.

3.5.2.7 Puntos críticos y criterio de la segunda derivada para clasificar puntos críticos.

3.5.2.8 Regla de L'Hopital.

## 4. METODOLOGÍA

El docente tiene toda la autonomía de elegir su metodología de trabajo. No obstante, se sugiere que la misma le permita al alumno participar activamente en su proceso de aprendizaje, donde el estudiante lea con anterioridad, se promueva el trabajo en grupo, y se facilite en el educando el desarrollo de habilidades como: razonar, modelar, argumentar, comunicar, resolver problemas, entre otras.

De igual manera se sugiere que los profesores generen estrategias de aprendizaje con los estudiantes que promuevan el desarrollo de las operaciones intelectuales de alto nivel. Dentro de estas estrategias se propone que los docentes antes de iniciar cada unidad entreguen un taller a los estudiantes con no más de 10 preguntas.

El propósito de entregar el taller antes de iniciar cada unidad es para que el estudiante tenga realice una lectura previa de los ejercicios propuestos, se familiarice con ellos y esté atento al desarrollo de los conceptos que se ven en cada una de las sesiones de clase, lo que le permitirá identificar la teoría que lo acercará a la solución de los ejercicios.

Los talleres deben contener por lo menos 5 sesiones:

- Una situación problema que los lleve a involucrar los temas a desarrollar durante la unidad, o la puedan resolver al indagar y usar sus conocimientos previos.

- Actividades que pueden ser de teoría que les permita proponer alguna solución, generalización, clasificación o particularización.
- Preguntas para decidir su valor de verdad, con las cuales se verifican los conceptos, el alumno propone hipótesis, conjeturas, argumenta, demuestra o plantea contraejemplos. Además, se le permite familiarizarse con leyes, propiedades y regularidades del tema de cada unidad.
- Ejercicios de tipo algorítmico o procedimental.
- Aplicaciones en la vida cotidiana o en el contexto matemático.

Los talleres se presentan en grupo, todos los integrantes del grupo deben sustentarlos, aunque la nota es individual, dependiendo de la participación, compromiso, aportes, entre otros. Se fomentará la autoevaluación y coevaluación.

Estos talleres pueden ser sustentados al profesor o al monitor del acompañamiento académico. La nota tendrá un porcentaje adicional sobre la valoración obtenida sobre el parcial, (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje, previo acuerdo con el coordinador del curso).

Otra de las estrategias sugeridas para el seguimiento en el proceso de aprendizaje, que permita fortalecer y desarrollar el trabajo autónomo y autorregulado de los estudiantes, es realizar pruebas cortas o quices, las cuales se podrán realizar en por lo menos dos de las sesiones de clase por cada semana. Dichas pruebas cortas o quices deben estar planeados para no más de 10 minutos, con las al menos una de las siguientes características:

- **Control de lectura.** Permitirán identificar si el alumno leyó antes de clase el tema a desarrollar. Es para verificar lectura, no para comprobar si entendió o no el tema.
- **Retroalimentación.** Verificar si el estudiante estudió y entendió el tema o temas de las clases anteriores. Le ayudará a retroalimentar su proceso de aprendizaje.
- **Desarrollo de la clase.** Valorar la atención y participación del alumno en la clase.

Los quices se califican y su nota incrementará a la nota obtenida en el examen parcial (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje que aplicará a las pruebas). Para esta nota se tendrá en cuenta sólo los que estén aprobados.

Los quices de retroalimentación pueden recuperarse con el monitor, previo acuerdo entre el profesor y el monitor.

Cuando sea pertinente el profesor diseñará ejercicios especiales, retadores, para los estudiantes. Ejercicios que permitan relacionar el tema visto con el que se desarrollará en la próxima clase.

Para lograr lo anterior, se propone implementar la filosofía del proyecto educativo institucional, PEI, en la que se sugiere que el estudiante debe realizar dos horas de trabajo independiente por cada hora de clase.

Las actividades que debe hacer el estudiante para lograr los objetivos propuestos deben incluir:

- **Antes de la clase:** Estudiar el tema explicado por el profesor para esta clase, siguiendo sus orientaciones. Esta actividad incluye aprender los conceptos, comprenderlos y aplicarlos en las respuestas a las preguntas formuladas, el análisis de los ejemplos resueltos y en la solución de los ejercicios y problemas asignados. Además, escribir las preguntas y dudas que le surjan durante la preparación del material.
- **Después de la clase:** Buscar la consolidación del nuevo conocimiento mediante la solución de ejercicios complementarios, en el programa de acompañamiento académico y establecer relaciones con el tema de la siguiente clase. No conformarse con entender, sino profundizar en lo aprendido, para lo cual se propone hacer un seguimiento.

**Con el fin de contextualizar los aprendizajes en cada uno de los programas académicos, se sugieren las siguientes estrategias, discriminadas por cada unidad de contenido:**

**Para la Unidad 1, Geometría conceptos generales:**

Esta unidad es introductoria, y de calentamiento, pero también incluye contenidos que son muy útiles para el desarrollo del curso. Se pretende repasar y fortalecer las competencias de argumentación y pensamiento geométrico, y por ello se espera que el estudiante haga muchas gráficas de funciones, y reflexione sobre ellas y sus relaciones. Por eso se sugiere estudiar las simetrías de funciones, que apuntan en esa dirección.

**Para la Unidad 2, Funciones y modelos:**

En esta unidad se presentan muchos ejemplos de funciones, y por primera vez las funciones trascendentes a nivel universitario. Las definiciones por lo tanto deben dejar claro que las propiedades decisivas de la función exponencial y logaritmo no se deben a que son el resultado y el exponente de una repetición de multiplicaciones, sino que se derivan de la verdadera definición de estas funciones (a partir de una ecuación diferencial, o a partir de una integral, o de una serie de potencias). Por ello, aunque las competencias de cálculo se limitan a las mismas habilidades que se estudiaron antes de entrar a la universidad, la cimentación conceptual debe apuntar a una comprensión mucho mejor de estas funciones. El objetivo es que al final de la unidad, el estudiante cuente con el arsenal completo de las funciones que va a necesitar en los cursos del ciclo básico.

**Para la Unidad 3, Límites y Continuidad:**

Se pretende dar un atisbo a las complejidades de la definición de límite, al problema de la continuidad, y a su fundamento en la completitud de los reales. La exposición en concreto de este axioma es opcional, dependiendo del criterio del profesor. Se espera que el estudiante entienda que la tarea fundamental consiste en encontrar un delta para cada épsilon, aunque no se exigirá que el la haga. Se quiere que interprete estas definiciones en términos de aproximación, y se introduce la derivada en este momento para tener un ejemplo que se puede aproximar pero que no se puede reemplazar, porque da cero sobre cero.

**Para la Unidad 4, Derivadas:**

Esta unidad está dedicada a desarrollar la competencia de derivar todas las funciones posibles, aplicando todas las reglas disponibles, y a fortalecer la comprensión del concepto de derivada a partir de muchos ejemplos calculados.

**Para la Unidad 5, Aplicaciones de la derivada:**

En esta unidad se pretende profundizar en la comprensión e interpretación de la derivada, tanto en sus aplicaciones matemáticas como en ingeniería. Se cubren los métodos básicos de optimización, y se quiere que los estudiantes usando sus capacidades de argumentación y su comprensión gráfica, puedan comprobar que los resultados algebraicos son correctos.

## **5. BIBLIOGRAFÍA**

- [1] Clegg Daniel K., Stewart James, and Watson Saleem. Calculus (2016). 9a. edición. Cengage Learning
- [2] Larson Ron y Bruce H. Edwards. Calculus (2013). 10th Edition. Cengage Learning.
- [3] Purcell Edwin J., Varberg Dale y Rigdon Steven E. Cálculo (2007). 9ª edición. Pearson Educación
- [4] Stewart James. Calculus. Early Transcendentals (2016). 8va, edición. Cengage Learning.
- [5] Strang Gilbert. Calculus (1991). Editorial Wellesley Cambridge Press.
- [6] Zill Dennis G. & Dewar Jacqueline M. Álgebra, trigonometría y geometría analítica (2012). Editorial

## 6. EVALUACIÓN

La evaluación final será unificada y contendrá todos los temas que se describieron en el contenido y tiene una valoración del 30% de la nota del curso. Anexo a este documento, se encuentran algunas preguntas que se pueden usar como modelo para las evaluaciones, o para las tareas, que evalúan las competencias propuestas en cada unidad de contenido.

Distribución de porcentajes para las evaluaciones

| EVALUACIÓN                                                                                                                                                     | PORCENTAJE |                |      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----------------|------|
| Evaluación I<br><b>Recuerde:</b> Por reglamento el 30% de la nota del curso debe estar registrada en la plataforma a más tardar el primer día de la semana 8ª. | Opción I   | Examen I       | 15 % |
|                                                                                                                                                                |            | Examen II      | 15 % |
|                                                                                                                                                                | Opción II  | Examen I       | 10 % |
|                                                                                                                                                                |            | Examen II      | 20 % |
|                                                                                                                                                                | Opción III | Un sólo examen | 30%  |
| Evaluación II                                                                                                                                                  | 20%        |                |      |
| Evaluación III                                                                                                                                                 | 20%        |                |      |
| <b>Examen final</b><br><b>Recuerde:</b> Es el 30% porque el examen es unificado.                                                                               | 30%        |                |      |

### Observaciones, se sugiere que:

- Las evaluaciones contengan ejercicios que permitan por lo menos evaluar el desempeño: algorítmico, argumentativo y demostrativo (Preguntas de falso y verdadero), modelación (contextualización de los conceptos).
- Todos los exámenes que se hagan deben ser **enviados por lo menos con una semana de anterioridad a la fecha de realización del mismo**, al coordinador del curso, esto con el fin de unificar criterios de evaluación y analizar aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Las actividades extra curriculares que se asignen como talleres o tareas, deben ser sustentadas por los estudiantes, si las mismas son tenidas en cuenta como parte de la evaluación.
- La valoración del examen final únicamente es la que el alumno obtenga en su examen, **no incluye décimas** por talleres o similares.