UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ASIGNATURA: **Cálculo Integral**
CÓDIGO: **CB 3A4**
REQUISITOS: **Cálculo Diferencial CB2A3**
PROGRAMAS: **Ingenierías, Tecnologías, Química Industrial**
INTENSIDAD HORARIA: 5 Horas por semana

CRÉDITOS: **4**
TIPO: **Teórico - Práctica**

1. OBJETIVO GENERAL.

El estudiante que aprueba este curso estará en capacidad de usar todos los conceptos y terminología propia del cálculo en una variable en problemas prácticos.

2. RESULTADOS DE APRENDIZAJE.

El estudiante que apruebe este curso estará en capacidad de:

2.1. Interpretar y relacionar el problema del área con el concepto de integral definida.
2.2. Interpretar y utilizar el teorema fundamental del cálculo como herramienta para calcular áreas.
2.3. Calcular una amplia gama de integrales indefinidas y definidas.
2.4. Aplicar el concepto de aproximación de una cantidad por sus sumas superiores para calcular cantidades usando integrales.
2.5. Replantear problemas sobre funciones en general como problemas sobre series de potencias.
2.6. Usar las series de potencias para proponer aproximaciones a las soluciones de problemas que involucran funciones trascendentes.

3. RESULTADOS DE APRENDIZAJE Y CONTENIDOS ESPECÍFICOS POR UNIDAD.

La aprobación de este curso dará como resultado un estudiante capacitado para:

3.1 UNIDAD 1. FORMAS INDETERMINADAS (1 semanas)

3.1.1 Resultados de aprendizaje

3.1.1.1 Utilizar las derivadas para resolver problemas de formas indeterminadas
3.1.1.2 Interpretar gráficamente los límites indeterminados

3.1.2 Contenidos

3.1.2.1 La forma indeterminada 0/0
3.1.2.2 Otras formas indeterminadas
3.1.2.3 Regla de L'Hôpital

3.2 UNIDAD 2. DEFINICIÓN DE INTEGRAL (2 semanas)

3.2.1 Resultados de aprendizaje

3.2.1.1 Interpretar geométricamente la integral como un área con signo
3.2.1.2 Describir las dificultades de calcular áreas con bordes curvos
3.2.1.3 Imaginar el proceso límite que define la integral

3.2.2 Contenidos

3.2.2.1 Introducción al problema del área.
3.2.2.2 Área por medio de polígonos inscritos y circunscritos.
3.2.2.3 Sumas de Riemann
3.2.2.4 Definición de la integral definida
3.2.2.5 Propiedades de la integral definida

3.3 UNIDAD 3. TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO: (2 semanas)

3.3.1 Resultados de aprendizaje

3.3.1.1 Enunciar y aplicar los dos teoremas fundamentales del cálculo
3.3.1.2 Relacionar la integral con la antiderivada.

3.3.2 Contenidos

3.3.2.1 El primer teorema fundamental del cálculo
3.3.2.2 Aplicaciones del primer teorema fundamental del cálculo
3.3.2.3 Segundo teorema fundamental del cálculo
3.3.2.4 Aplicaciones Segundo teorema fundamental del cálculo

3.4 UNIDAD 4. TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN (3 semanas)

3.4.1 Resultados de aprendizaje

3.4.1.1 Calcular integrales aplicando las diferentes técnicas: sustitución simple, por partes, por fracciones parciales y sustituciones trigonométricas.

3.4.2 Contenidos

3.4.2.1 Integración de funciones polinomiales.
3.4.2.2 Integración por sustitución
3.4.2.3 Integración por partes
3.4.2.4 Integración por sustituciones trigonométricas
3.4.2.5 Integración por fracciones parciales

3.5 UNIDAD 5. APLICACIONES DE LA INTEGRAL (3 semanas)

3.5.1 Resultados de aprendizaje

3.5.1.1 Calcular cantidades geométricas usando la integral: área, volumen, longitud de arco, etc.
3.5.1.2 Interpretar la integral como un promedio
3.5.1.3 Aplicar la integral en la modelación y solución de problemas de ingeniería: trabajo, flujo, carga, etc.
3.5.1.4 Analizar la convergencia de integrales impropias

3.5.2 Contenidos

3.5.2.1 Área y volumen de sólidos de revolución.
3.5.2.2 Longitud de arco
3.5.2.3 Trabajo, flujo y carga
3.5.2.4 Integrales impropias.
3.5.2.5 Aplicaciones en coordenadas polares.

3.6 UNIDAD 6. SUCESIONES Y SERIES (3 semanas)

3.6.1 Resultados de aprendizaje

3.6.1.1 Identificar procesos infinitos en los reales.
3.6.1.2 Decidir si una sucesión converge.
3.6.1.3 Diferenciar sumas finitas de sumas infinitas y sus propiedades
3.6.1.4 Decidir si una serie converge.

3.6.1.5 Aproximar y estimar el error de aproximación en los procesos infinitos

3.6.2 Contenidos

3.6.2.1 Sucesiones infinitas.
3.6.2.2 Series
3.6.2.3 Convergencia de series
3.6.2.4 Criterios de convergencia

3.7 UNIDAD 7. SERIES DE TAYLOR Y APLICACIONES (2 semanas)

3.7.1 Resultados de aprendizaje

3.7.1.1 Definir una función por una serie de potencias.
3.7.1.2 Determinar el dominio de una función definida por una serie de potencias
3.7.1.3 Relacionar los valores de las derivadas en un punto con la serie de Taylor centrada en ese punto.

3.7.2 Contenidos

3.7.2.1 Series de potencia
3.7.2.2 Series de Taylor
3.7.2.3 Aplicaciones

4. METODOLOGÍA

El docente tiene toda la autonomía de elegir su metodología de trabajo. No obstante, se sugiere que la misma le permita al alumno participar activamente en su proceso de aprendizaje, donde el estudiante lea con anterioridad, se promueva el trabajo en grupo, y se facilite en el educando el desarrollo de habilidades como: razonar, modelar, argumentar, comunicar, resolver problemas, entre otras.

De igual manera se sugiere que los profesores generen estrategias de aprendizaje con los estudiantes que promuevan el desarrollo de las operaciones intelectuales de alto nivel. Una de estas estrategias puede ser, antes de iniciar cada unidad entregar un taller a los estudiantes con no más de 10 preguntas.

El propósito de entregar el taller antes de iniciar cada unidad es para que el estudiante tenga realice una lectura previa de los ejercicios propuestos, se familiarice con ellos y esté atento al desarrollo de los conceptos que se ven en cada una de las sesiones de clase, lo que le permitirá identificar la teoría que lo acercará a la solución de los ejercicios.

Los talleres deben contener por lo menos 5 sesiones:

- Una situación problema que los lleve a involucrar los temas a desarrollar durante la unidad, o la puedan resolver al indagar y usar sus conocimientos previos.
- Actividades que pueden ser de teoría que les permita proponer alguna solución, generalización, clasificación o particularización.
- Preguntas para decidir su valor de verdad, con las cuales se verifican los conceptos, el alumno propone hipótesis, conjeturas, argumenta, demuestra o plantea contraejemplos. Además, se le permite familiarizarse con leyes, propiedades y regularidades del tema de cada unidad.
- Ejercicios de tipo algorítmico o procedimental.
- Aplicaciones en la vida cotidiana o en el contexto matemático.

Se sugiere que los talleres se pueden presentar en grupo, pero todos los integrantes del grupo deben sustentarlos, aunque la nota es individual, dependiendo de la participación, compromiso, aportes, entre otros. Se fomentará la autoevaluación y coevaluación.

Estos talleres pueden ser sustentados al profesor o al monitor del acompañamiento académico. La nota tendrá un porcentaje adicional sobre la valoración obtenida sobre el parcial, (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje, previo acuerdo con el coordinador del curso).

Otra de las estrategias sugeridas para el seguimiento en el proceso de aprendizaje, que permita fortalecer y desarrollar el trabajo autónomo y autorregulado de los estudiantes, es realizar pruebas cortas o quices, las cuales se podrán realizar en por lo menos dos de las sesiones de clase por cada semana. Dichas pruebas cortas o quices deben estar planeados para no más de 10 minutos, con las al menos una de las siguientes características:

- **Control de lectura**. Permitirán identificar si el alumno leyó antes de clase el tema a desarrollar. Es para verificar lectura, no para comprobar si entendió o no el tema.
- **Retroalimentación**. Verificar si el estudiante estudió y entendió el tema o temas de las clases anteriores. Le ayudará a retroalimentar su proceso de aprendizaje.
- **Desarrollo de la clase**. Valorar la atención y participación del alumno en la clase.

Los quices se califican y su nota incrementará a la nota obtenida en el examen parcial (el profesor tiene libertad de escoger el porcentaje que aplicará a las pruebas). Para esta nota se tendrá en cuenta sólo los que estén aprobados.

Los quices de retroalimentación pueden recuperarse con el monitor, previo acuerdo entre el profesor y el monitor.

Cuando sea pertinente el profesor diseñará ejercicios especiales, retadores, para los estudiantes. Ejercicios que permitan relacionar el tema visto con el que se desarrollará en la próxima clase.

Para lograr lo anterior, se propone implementar la filosofía del proyecto educativo institucional, PEI, en la que se sugiere que el estudiante debe realizar dos horas de trabajo independiente por cada hora de clase.

Las actividades del estudiante para lograr los objetivos propuestos deben incluir:

- **Antes de la clase:** Estudiar el tema explicado por el profesor para esta clase, siguiendo sus orientaciones. Esta actividad incluye aprender los conceptos, comprenderlos y aplicarlos en las respuestas a las preguntas formuladas, el análisis de los ejemplos resueltos y en la solución de los ejercicios y problemas asignados. Además, escribir las preguntas y dudas que le surjan durante la preparación del material.
- **Después de la clase:** Buscar la consolidación del nuevo conocimiento mediante la solución de ejercicios complementarios, en el programa de acompañamiento académico y establecer relaciones con el tema de la siguiente clase. No conformarse con entender, sino profundizar en lo aprendido, para lo cual se propone hacer un seguimiento.

Con el fin de contextualizar los aprendizajes en cada uno de los programas académicos, se sugieren las siguientes estrategias, discriminadas por cada unidad de contenido:

Para la Unidad 1, Formas indeterminadas: Esta unidad es introductoria, y de calentamiento, y contiene un repaso de los últimos desarrollos cubiertos en el curso de Calculo 1. Se pretende repasar y fortalecer las competencias de argumentación y pensamiento geométrico, y por ello se espera que el estudiante haga uso de resultados y descubra sus limitaciones.

Para la Unidad 2, Definición de integral: En esta unidad se presenta el problema geométrico de calcular áreas, y la solución refinada de Riemann. El énfasis es cómo lo geométrico e intuitivo se puede convertir en formal y riguroso, sin que en ningún momento se pierda el referente gráfico que motiva las definiciones. Finalmente, se pretende ilustrar que esta formalización tiene las propiedades necesarias para permitir un cálculo eficiente.

Para la Unidad 3, Teorema Fundamental del Cálculo: En esta unidad se pretende que el estudiante sea capaz de incorporar las nociones geométrica y dinámica de la derivada, y sus aplicaciones a los problemas en ambos contextos, a saber, velocidades y recorridos, y áreas y longitudes.

Para la Unidad 4, Técnicas de Integración: El propósito de esta unidad es proveer al estudiante las herramientas que le permitan calcular integrales, y la experiencia para decidir cuales integrales se pueden calcular analíticamente. Su objetivo es ejemplificar, y explicar los métodos, de modo que se conviertan en herramientas útiles, pero se sugiere que se haga uso de las herramientas computacionales que hacen este trabajo automáticamente.

Para la Unidad 5, Aplicaciones de la Integral: En esta unidad el estudiante encontrará los primeros ejemplos de problemas de su propia disciplina en los que se requiere integrar. No solo se espera que aparezcan los problemas de la física, sino que también se presenten, por lo menos someramente, los problemas específicos de su disciplina en los que se necesita integrar.

Para la Unidad 6, Sucesiones y Series: se pretende que el estudiante llegue a sentirse cómodo con la perspectiva de aproximar procesos infinitos, y predecir su convergencia, y estimar el error cometido al reemplazar el proceso infinito por una aproximación. Adicionalmente, se quiere que el estudiante descubra las limitaciones naturales de las sumas infinitas, al lado de sus propiedades.

Para la Unidad 7, Series de Taylor: En esta unidad se quiere que el estudiante reconozca la posibilidad y utilidad de reemplazar toda clase de funciones por sus respectivas series de Taylor, y que pueda aplicar la aproximación natural que proveen estas series para aproximar las soluciones de problemas con funciones trascendentes.

5. BIBLIOGRAFÍA

[1] Apostol Tom M. Calculus, volume 1. Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al algebra lineal. (1984). 2da edición. Editorial Reverté S. A.

[2] Clegg Daniel K., Stewart James, and Watson Saleem. Calculus (2016). 9a. edición. Cengage Learning

[3] Larson Ron y Bruce H. Edwards. Calculus (2013).10th Edition. Cengage Learning.

[4] Purcell Edwin J., Varberg Dale y Rigdon Steven E. Cálculo (2007). 9ª edición. Pearson Educación

[5] Stewart James. Calculus. Early Transcendentals (2016). 8va, edición. Cengage Learning.

[6] Strang Gilbert. Calculus (1991). Editorial Wellesley Cambridge Press.

6. EVALUACIÓN

La evaluación final será unificada y contendrá todos los temas que se describieron en el contenido y tiene una valoración del 30% de la nota del curso. Anexo a este documento, se encuentran algunas preguntas que se pueden usar como modelo para las evaluaciones, o para las tareas, que evalúan las competencias propuestas en cada unidad de contenido.

Distribución de porcentajes para las evaluaciones

<table>
<tr><th>EVALUACIÓN</th><th colspan="3">PORCENTAJE</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Evaluación I

<u>Recuerde:</u> Por reglamento el 30% de la nota del curso debe estar registrada en la plataforma a más tardar el primer día de la semana 8ª.</td><td rowspan="2">Opción I</td><td>Examen I</td><td>15 %</td></tr>
<tr><td>Examen II</td><td>15 %</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Opción II</td><td>Examen I</td><td>10 %</td></tr>
<tr><td>Examen II</td><td>20 %</td></tr>
<tr><td>Opción III</td><td>Un sólo examen</td><td>30%</td></tr>
<tr><td>Evaluación II</td><td colspan="3">20%</td></tr>
<tr><td>Evaluación III</td><td colspan="3">20%</td></tr>
<tr><td>Examen final

<u>Recuerde:</u> Es el 30% porque el examen es unificado.</td><td colspan="3">30%</td></tr>
</table>

<u>Observaciones, se sugiere que:</u>

- Las evaluaciones contengan ejercicios que permitan por lo menos evaluar el desempeño: algorítmico, argumentativo y demostrativo (Preguntas de falso y verdadero), modelación (contextualización de los conceptos).
- Todos los exámenes que se hagan deben ser **<u>enviados por lo menos con una semana de anterioridad a la fecha de realización del mismo,</u>** al coordinador del curso, esto con el fin de unificar criterios de evaluación y analizar aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Las actividades extra curriculares que se asignen como talleres o tareas, deben ser sustentadas por los estudiantes, si las mismas son tenidas en cuenta como parte de la evaluación.
- La valoración del examen final únicamente es la que el alumno obtenga en su examen, **no incluye décimas** por talleres o similares.